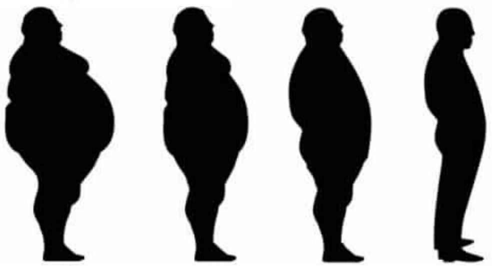
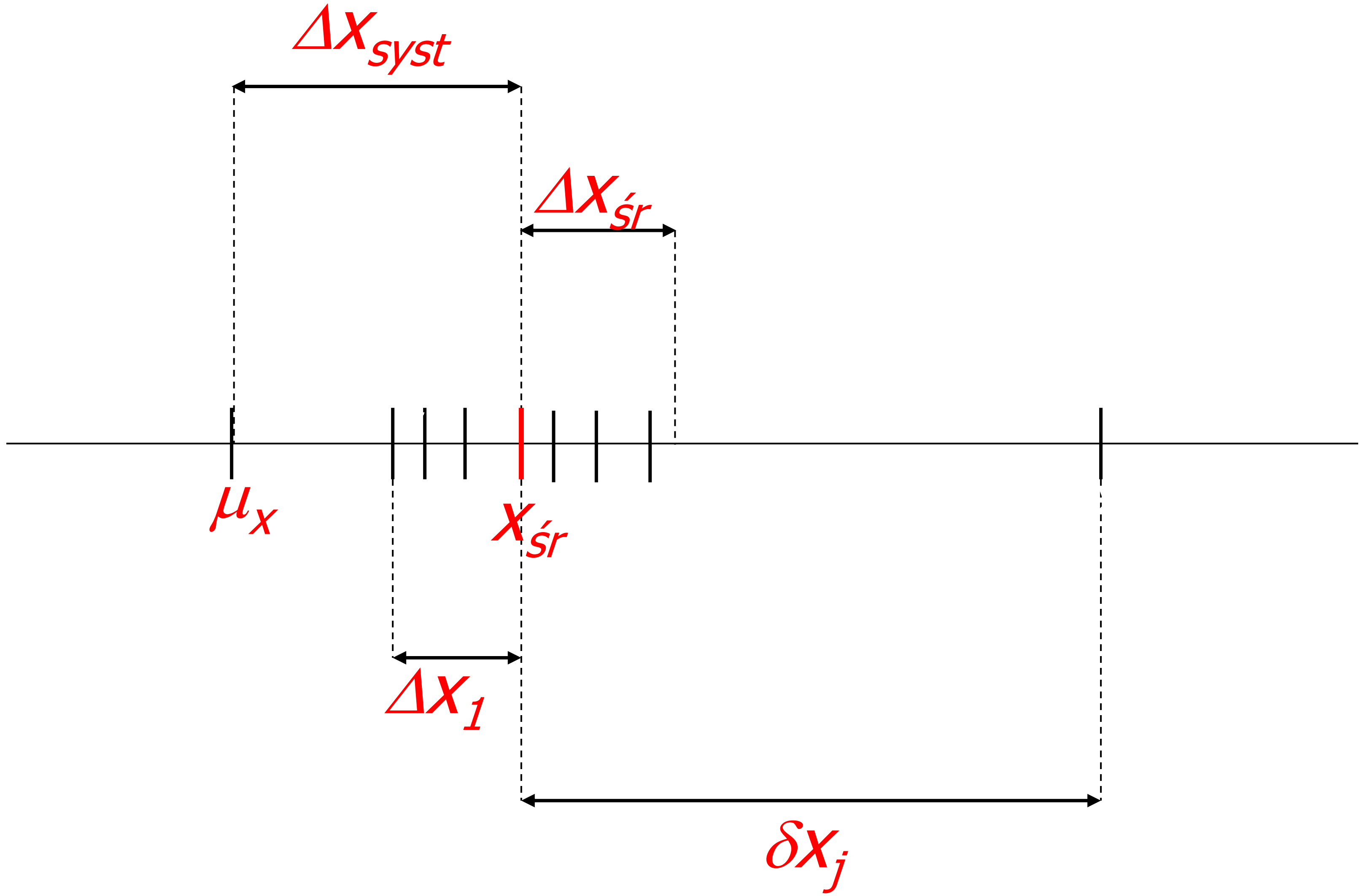
Odchudzamy serię danych, czyli jak wykryć i usunąć wyniki obarczone błędami grubymi



Piotr Konieczka

Katedra Chemii Analitycznej
Wydział Chemiczny
Politechnika Gdańska



Δx_{syst} - błąd systematyczny metody analitycznej

Δx_i - błąd przypadkowy pojedynczego wyniku

$\Delta x_{śr}$ - błąd przypadkowy średniej arytmetycznej

δx_j - błąd gruby

Ze względu na sposób podawania wartości błędu wyniku oznaczenia można wyróżnić:

błąd bezwzględny - d_x, który opisać można następującą zależnością:

$$d_{x_i} = x_i - \mu_x$$

błąd względny - ε_x, opisywany za pomocą równania:

$$\varepsilon_{x_i} = \frac{d_{x_i}}{\mu_x}$$

Z kolei biorąc pod uwagę źródła błędów, wyróżnić można:

- błędy metodyczne
- błędy instrumentalne
- błędy osobowe

Dokładność i miary niedokładności

1. dokładność wyniku pojedynczego oznaczenia (DOKŁADNOŚĆ):

$$d_{x_i} = x_i - \mu_x = \Delta x_{syst} + \Delta x_i + \delta x_i$$

2. dokładność wyniku analizy (POPRAWNOŚĆ):

$$d_{x_{śr}} = x_{śr} - \mu_x = \Delta x_{syst} + \Delta x_{śr}$$

3. dokładność procedury analitycznej:

$$d_{x_{met}} = E(x_{met}) - \mu_x = \Delta x_{syst}$$

Analityka ⟷ Statystyka

Średnia arytmetyczna

Średnia arytmetyczna z próby jest dobrym przybliżeniem (oszacowaniem, estymatorem) wartości oczekiwanej.

Średnia arytmetyczna jest wrażliwa na skrajne wartości cechy.

Mediana

Mediana (wartość środkowa) *Me* – środkowa liczba w uporządkowanej niemalejąco próbce (dla próbki o liczności nieparzystej) lub średnia arytmetyczna dwóch liczb środkowych (dla próbki o liczności parzystej).

Mediana dzieli zbiorowość na dwie równe części; połowa jednostek ma wartości cechy mniejsze lub równe medianie, a połowa wartości cechy równe lub większe od *Me*; stąd nazwa wartość środkowa.

Mediana jest niewrażliwa na skrajne wartości cechy.

Wynik odbiegający $\stackrel{?}{=}$ Wynik obarczony błędem grubym

BŁĄD GRUBY

- wynik jednorazowego wpływu przyczyny działającej przejściowo
- występuje przy niektórych pomiarach
- przyczyny to np.: pomyłka przy odczycie wskazań przyrządu pomiarowego, pomyłka w obliczeniach
- zmienna losowa - jednak o nieznanym rozkładzie i nieznanej wartości oczekiwanej
- najłatwiejszy do wykrycia i usunięcia
- bywa zarówno dodatni jak i ujemny (inaczej niż w przypadku błędu systematycznego)

Sposoby wykrywania wyników obarczonych błędami grubymi

- nieznana wartość odchylenia standardowego metody
- seria nieliczna n =3$\div$10
- nieobciążona

seria nieobciążona - po wstępnym wykluczeniu (arbitralnie) wyniku wątpliwego

metoda przedziału ufności

Sposób postępowania

- wykluczyć wstępnie wynik uznawany za odbiegający
- obliczyć granice przedziału ufności dla pojedynczego wyniku na podstawie wzoru:

$$g = x_{śr} \pm t_{kr} \sqrt{\frac{n}{n-2}} \cdot s$$

gdzie:

$x_{śr}$ - wartość średnia dla serii nieobciążonej
s - wartość odchylenia standardowego dla serii nieobciążonej
n - całkowita liczność serii - wraz z wynikiem wątpliwym
t_{kr} - parametr krytyczny testu *t-Studenta* odczytany dla $f=n-2$ stopni swobody

- jeśli wynik wątpliwy leży poza granicami przedziału ufności należy go odrzucić, jeśli nie, należy uwzględnić go w dalszych obliczeniach i policzyć ponownie wartości $x_{śr}$ i s

Przykład

Wyniki oznaczeń Ca w wodzie, (mg/dm³):

16,4
17,0
17,1
17,1
17,2
17,2
17,3
17,3
17,4
17,5

obliczone parametry:

(po wstępnym odrzuceniu wyniku 16,4)

$x_{śr}$ = 17,23 mg/dm^3

s = 0,16 mg/dm^3

Me = 17,20 mg/dm^3

CV = 0,92%

(bez odrzucenia wstępnie wyniku 16,4)

$x_{śr}$ = 17,15 mg/dm^3

s = 0,30 mg/dm^3

Me = 17,20 mg/dm^3

CV = 1,8%

Test *t-Studenta* – wartości krytyczne

f \ α	**0,05**	**0,01**
1	12,706	63,567
2	4,303	9,925
3	3,182	5,841
4	2,776	4,604
5	2,571	4,032
6	2,447	3,707
7	2,365	3,499
8	2,306	3,355
9	2,262	3,250
10	2,228	3,169
11	2,201	3,106
12	2,179	3,055
13	2,160	3,012
14	2,149	2,977
15	2,131	2,947
16	2,120	2,921
17	2,110	2,898
18	2,101	2,878
19	2,093	2,861
20	2,086	2,845

Z tablic rozkładu *t-Studenta* odczytano wartość krytyczną parametru t_{kr}

$$t_{kr}(\alpha = 0{,}05;\ f = n - 2 = 8) = 2{,}306$$

$$g = x_{śr} \pm t_{kr}\sqrt{\frac{n}{n-2}} \cdot s$$

Obliczono parametr *g:*

$$g = 17{,}23 \pm 0{,}41\ [\mathrm{mg/dm^3}]$$

$$(16{,}82 \div 17{,}64\ [\mathrm{mg/dm^3}])$$

Jak widać odrzucony wstępnie wynik (16,4) leży poza tak wyznaczonym przedziałem ufności – słusznie zatem został odrzucony

Można zastosować także inny sposób postępowania:

- obliczyć wartość parametru t_{obl} wg wzoru:

$$t_{obl} = \frac{|x_i - x_{śr}|}{s}$$

dla powyższego przypadku t_{obl} (dla wyniku 16,4) wynosi:

$$t_{obl} = 5{,}270$$

- wartość t_{obl} porównać z wartością krytyczną przeliczoną wg wzoru:

$$t_{kr(kor)} = t_{kr} \cdot \sqrt{\frac{n}{n-2}}$$

dla powyższego przypadku:

$t_{kr} = 2{,}306$ a stąd $t_{kr(kor)} = 2{,}578$

ponieważ $t_{obl} > t_{kr(kor)}$ możemy wątpliwy wynik odrzucić jako obarczony błędem grubym

- nieznana wartość odchylenia standardowego metody
- seria nieliczna n =3÷10
- obciążona

metoda przedziału ufności

Sposób postępowania

- obliczyć granice przedziału ufności dla pojedynczego wyniku na podstawie wzoru:

$$g = x_{śr} \pm w_{\alpha} \cdot s$$

gdzie:

$x_{śr}$ - wartość średnia dla serii obciążonej
s - wartość odchylenia standardowego dla serii obciążonej
n - całkowita liczność serii
w_{α} - parametr krytyczny wyznaczony dla ilości stopni swobody $f = n - 2$

- jeśli wynik wątpliwy leży poza granicami przedziału ufności należy go odrzucić i policzyć ponownie wartości $x_{śr}$ i s

Wartości krytyczne współczynnika w_α

f \ α	0,05	0,01
1	1,409	1,414
2	1,645	1,715
3	1,757	1,918
4	1,814	2,051
5	1,848	2,142
6	1,870	2,208
7	1,885	2,256
8	1,895	2,294
9	1,903	2,324
10	1,910	2,348
11	1,916	2,368
12	1,920	2,385
13	1,923	2,399
14	1,926	2,412
15	1,928	2,423
16	1,931	2,432
17	1,933	2,440
18	1,935	2,447
19	1,936	2,454
20	1,937	2,460

Dla wyników z powyższego przykładu obliczone parametry wynoszą:

$x_{śr}$ = 17,15 mg/dm^3

s = 0,30 mg/dm^3

$w_\alpha(\alpha = 0{,}05;\ f = 8) = 1{,}895$

$$g = x_{śr} \pm w_\alpha \cdot s$$

Obliczono parametr *g:*

g = 17,15 $\pm$ 0,57 [mg/dm^3]

(16,58 $\div$ 17,72 [mg/dm^3])

Także i w tym przypadku wątpliwy wynik (16,4) leży poza wyznaczonym przedziałem ufności.

Sposób postępowania

- uszeregować wyniki w ciąg niemalejący
- obliczyć wartość rozstępu R zgodnie ze wzorem:

$$R = x_n - x_1$$

- obliczyć parametry Q_1 i Q_n wg wzorów:

$$Q_1 = \frac{x_2 - x_1}{R} \qquad Q_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{R}$$

- porównać otrzymane wartości z wartością krytyczną Q_{kr}
- jeśli, któryś z obliczonych parametrów przekracza wartość krytyczną Q_{kr} to wynik na podstawie, którego został obliczony (x_n lub x_1) należy odrzucić jako obarczony błędem grubym i dopiero policzyć wartości $x_{śr}$ i s

¡ *Stosując test Q-Dixona można z danej serii odrzucić tylko jeden wynik obarczony błędem grubym* !

Dla wyników z powyższego przykładu obliczone parametry wynoszą:

obliczone parametry:

$$R = 17{,}5\text{-}16{,}4 = 1{,}1\ [\mathrm{mg/dm^3}]$$

$$Q_1 = (17{,}0\text{-}16{,}4)/R = 0{,}545$$

$$Q_n = (17{,}5\text{-}17{,}4)/R = 0{,}091$$

16,4
17,0
17,1
17,1
17,2
17,2
17,3
17,3
17,4
17,5

Test *Q-Dixona* – wartości krytyczne

f \ α	**0,10**	**0,05**	**0,01**
3	0,886	0,941	0,988
4	0,679	0,765	0,889
5	0,557	0,642	0,780
6	0,482	0,560	0,698
7	0,434	0,507	0,637
8	0,399	0,468	0,590
9	0,370	0,437	0,555
10	0,349	0,412	0,527

Z tablic rozkładu *Q-Dixona* odczytano wartość krytyczną parametru Q_{kr}

$$Q_{kr}(\alpha = 0{,}05;\ f = 10) = 0{,}412$$

$$Q_1 = 0{,}545$$

$$Q_n = 0{,}091$$

Ponieważ $Q_1 > Q_{kr}$ wynik najmniejszy w serii należy z niej odrzucić jako obarczony błędem grubym.

W niektórych opracowaniach można znaleźć pewną odmianę testu *Q-Dixona* zastosowanie, której pozwala przeprowadzić test nawet dla serii składającej się z 40 wyników.

Sposób postępowania jest wtedy uzależniony od ilości pomiarów – *n*.

Jeżeli *n*=3-7 to sposób postępowania jest taki jak opisano wyżej;

Jeżeli *n*=8-12 parametry Q_1 i Q_n oblicza się w oparciu o następujące zależności:

$$Q_1 = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$$

$$Q_n = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_2}$$

a dalszy tok postępowania jest analogiczny jak opisano wyżej.

Jeżeli $n > 12$ parametry Q_1 i Q_n oblicza się w oparciu o następujące zależności:

$$Q_1 = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$$

$$Q_n = \frac{x_n - x_{n-2}}{x_n - x_3}$$

a dalszy tok postępowania jest analogiczny jak opisano wyżej.

Wartość krytyczną parametru Q należy w tym przypadku odczytywać z odpowiednio różnej od stosowanej w przypadku klasycznego podejścia tablicy.

Wartości krytyczne parametru Q_{kr} testu Q-Dixona – modyfikacja dla $n \leq 40$.
Wartości dla poziomu istotności α=0,05 (poziom prawdopodobieństwa 95%) oraz dla α=0,01 (poziom prawdopodobieństwa 99%).

f \ α	0,05	0,01
3	0,970	0,994
4	0,829	0,926
5	0,710	0,821
6	0,628	0,740
7	0,569	0,680
8	0,608	0,717
9	0,564	0,672
10	0,530	0,635
11	0,502	0,605
12	0,479	0,579
13	0,611	0,697
14	0,586	0,670
15	0,565	0,647
16	0,546	0,627
17	0,529	0,610
18	0,514	0,594
19	0,501	0,580
20	0,489	0,567
21	0,478	0,555
22	0,468	0,544
23	0,459	0,535
24	0,451	0,526
25	0,443	0,517
26	0,436	0,510
27	0,429	0,502
28	0,423	0,495
29	0,417	0,489
30	0,412	0,483
31	0,407	0,477
32	0,402	0,472
33	0,397	0,467
34	0,393	0,462
35	0,388	0,458
36	0,384	0,454
37	0,381	0,450
38	0,377	0,446
39	0,374	0,442
40	0,371	0,438

- nieznana wartość odchylenia standardowego metody
- seria liczna, n>10

metoda przedziału ufności

Sposób postępowania

w przypadku dużej próbki wyrażenie:

$$\sqrt{\frac{n}{n-2}} \Rightarrow 1$$

a stąd rozkłady zmiennych t i w są zbieżne do rozkładu normalnego, dlatego do obliczenia przedziału ufności można zastosować wzór:

$$g = x_{śr} \pm k_{\alpha} \cdot s$$

gdzie:

$x_{śr}$ - wartość średnia dla serii obciążonej

s - wartość odchylenia standardowego dla serii obciążonej

k_{α} - współczynnik ufności dla danego poziomu istotności α - z tabeli rozkładu normalnego np:.

dla $\alpha = 0{,}05$ $k_{\alpha} = 1{,}65$

dla $\alpha = 0{,}01$ $k_{\alpha} = 2{,}33$

Jeśli wynik(i) pomiaru(ów) leży(ą) poza tak wyznaczonym przedziałem ufności, należy go (je) odrzucić z serii i dla nowej serii obliczyć ponownie wartości $x_{śr}$ i s.

Wyniki oznaczenia zawartość wody w suchej glebie, %:

obliczono następujące parametry:

$x_{śr} = 3{,}23\%$

$s = 0{,}11\%$

$k_\alpha = 1{,}65$

$$x_{śr} \pm k_\alpha \cdot s = 3{,}24 \pm 0{,}19\ [\%]\ \ (3{,}04 \div 3{,}42)$$

3,09
3,11
3,11
3,11
3,17
3,17
3,18
3,19
3,21
3,21
3,25
3,29
3,33
3,38
3,40
3,45

zaznaczony wynik leży poza wyznaczonym przedziałem ufności

i dlatego można go odrzucić z populacji jako obarczony błędem grubym;

dla nowej serii ponownie obliczono następujące parametry:

$x_{śr} = 3{,}21\ \%$

$s = 0{,}10\ \%$

I co dalej????

Test Hampela

Stosowany w celu wyeliminowania wyników odbiegających.

Wyznaczyć wartość mediany oraz obliczyć wartości odchylenia od mediany każdego z wyników.

Następnie z tak otrzymanego zbioru odchyleń (wartości bezwględnych) wyznaczyć medianę.

Jeżeli wartość odchylenia wyniku oznaczenia od mediany przekracza 4,5-krotność wartości mediany z odchyłek dany wynik uznać za odbiegający.

- znana wartość odchylenia standardowego metody
- seria mało liczna $n \leq 10$

metoda krytycznego rozstępu

Sposób postępowania

- obliczyć wartość rozstępu R_o
- obliczyć wartość krytycznego rozstępu wg wzoru:

$$R_{kr} = z \cdot s_g$$

gdzie:

s_g - odchylenie standardowe metody;

z - współczynnik z tablicy dla danego poziomu ufności α i n równoległych pomiarów oraz f - liczby pomiarów na podstawie, której oszacowano wartość s_g

- porównać wartość R_{kr} z wartością R_o - jeżeli $R_o<R_{kr}$ odrzucić wynik skrajny i postępowanie przeprowadzić ponownie dla nowej serii wyników

16,4
17,0
17,1
17,1
17,2
17,2
17,3
17,3
17,4
17,5

Wyniki oznaczeń Ca w wodzie, (mg/dm^3):

Wartość odchylenia standardowego dla stosowanej metody wynosi:

$$s_g = 0{,}20 \ mg/dm^3$$

obliczone parametry:

$$n = 10$$

$$R_o = 17{,}5 - 16{,}4 = 1{,}1 \ mg/dm^3$$

Wartości współczynników z dla α = 0,05

f \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	18,0	27,0	32,8	37,1	40,4	43,1	45,4	47,4	49,1	50,6	53,0
5	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99	7,17	7,32
10	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60	5,72	5,83
15	3,01	3,67	4,08	4,37	4,60	4,78	4,94	5,08	5,20	5,31	5,40
20	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,90	5,01	5,11	5,20
30	2,89	3,49	3,84	4,10	4,30	4,46	4,60	4,72	4,83	4,92	5,00
40	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	4,39	4,52	4,63	4,74	4,82	4,91
60	2,83	3,40	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65	4,73	4,81
120	2,80	3,36	3,69	3,92	4,10	4,24	4,36	4,48	4,56	4,64	4,72
∞	2,77	3,31	3,63	3,86	4,03	4,17	4,29	4,39	4,47	4,55	4,62

Z tablic rozkładu parametru z odczytano wartość z dla:

$z\,(\alpha = 0{,}05;\ n = 10,\ f = \infty) =$

$= 4{,}47$

obliczono wartość

$R_{kr} = z \cdot s_g$

$R_{kr} = 4{,}47 \cdot 0{,}20 = 0{,}894$

$R_o = 1{,}1$ mg/dm^3

Ponieważ $R_o > R_{kr}$, zatem odrzucono wynik 16,4 jako obarczony błędem grubym i ponownie obliczono wszystkie parametry dla nowej serii.

Wartości współczynników z dla α = 0,05

f \ n	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	18,0	27,0	32,8	37,1	40,4	43,1	45,4	47,4	49,1	50,6	53,0
5	3,64	4,60	5,22	5,67	6,03	6,33	6,58	6,80	6,99	7,17	7,32
10	3,15	3,88	4,33	4,65	4,91	5,12	5,30	5,46	5,60	5,72	5,83
15	3,01	3,67	4,08	4,37	4,60	4,78	4,94	5,08	5,20	5,31	5,40
20	2,95	3,58	3,96	4,23	4,45	4,62	4,77	4,90	5,01	5,11	5,20
30	2,89	3,49	3,84	4,10	4,30	4,46	4,60	4,72	4,83	4,92	5,00
40	2,86	3,44	3,79	4,04	4,23	4,39	4,52	4,63	4,74	4,82	4,91
60	2,83	3,40	3,74	3,98	4,16	4,31	4,44	4,55	4,65	4,73	4,81
120	2,80	3,36	3,69	3,92	4,10	4,24	4,36	4,48	4,56	4,64	4,72
∞	2,77	3,31	3,63	3,86	4,03	4,17	4,29	4,39	4,47	4,55	4,62

Nowo obliczone parametry:

$n = 9$

R_o = 17,5-17,0=0,5

$z\,(\alpha = 0{,}05;\ n = 9,\ f = \infty) =$

= 4,39

obliczono wartość

$R_{kr} = z \cdot s_g$

R_{kr} = 4,39·0,20 = 0,878

R_o = 0,5 mg/dm^3

Ponieważ $R_o < R_{kr}$ nie ma podstaw do odrzucenia wyniku skrajnego jako obarczonego błędem grubym.

- znana wartość odchylenia standardowego metody
- seria liczna $n > 10$

metoda przedziału ufności dla pojedynczego wyniku

Sposób postępowania

metoda krytycznego rozstępu mało efektywna, gdyż kiedy n jest duże maleje efektywność rozstępu jako estymatora miary rozrzutu populacji

- obliczyć wartość $x_{śr}$ - po odrzuceniu wyniku wątpliwego
- obliczyć przedział ufności wg wzoru:

$$g = x_{śr} \pm k_{\alpha} \cdot s_{g} \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

gdzie:

s_g - wartość odchylenia standardowego metody

k_α - współczynnik ufności dla danego poziomu istotności α - z tabeli rozkładu normalnego np:.

dla $\alpha = 0{,}05$ $k_\alpha = 1{,}65$

dla $\alpha = 0{,}01$ $k_\alpha = 2{,}33$

- jeżeli odrzucony wstępnie wynik pomiaru leży poza tak wyznaczonym przedziałem ufności, należy go odrzucić z serii
- w przeciwnym przypadku odrzucony wynik należy włączyć do serii i dla nowej serii ponownie obliczyć wartości s i $x_{śr}$

Wyniki oznaczenia zawartość wody w suchej glebie, %,

s_g = 0,19 %

Wynik 3,45 odrzucono wstępnie jako wątpliwy.

$$g = x_{śr} \pm k_{\alpha} \cdot s_g \sqrt{\frac{n}{n-1}}$$

obliczone i wyznaczone parametry:

$x_{śr}$ = 3,21 %

k_{α} = 1,65

g = 3,21 $\pm$ 0,196 [%] (3,014 $\div$ 3,406)

3,09
3,11
3,11
3,11
3,17
3,17
3,18
3,19
3,21
3,21
3,25
3,29
3,33
3,38
3,40
3,45

zaznaczony wynik leży poza wyznaczonym przedziałem ufności

i dlatego można go odrzucić z populacji jako obarczony błędem grubym

⇨ znana wartość średniego rozstępu metody

Sposób postępowania

zastosowanie - gdy dysponujemy wynikami z k serii równoległych oznaczeń po n (jednakowej dla każdej serii) liczbie oznaczeń w serii

n - najczęściej = 2 lub 3

$k \geq 30$

- obliczyć wartość rozstępu krytycznego wg wzoru:

$$R_{kr} = z_{\alpha} \cdot R_{śr}$$

gdzie:

z_{α} - współczynnik z tabeli

$R_{śr}$ - średni rozstęp obliczony wg wzoru:

$$R_{śr} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} R_i$$

Oznaczano zawartość chlorków w 34 puszkach piwa stosując technikę miareczkowania strąceniowego z zastosowaniem detekcji potencjometrycznej. Wykonano po 2 równoległe oznaczenia w każdej puszce.

Wyniki w mg Cl^-/dm^3 zestawiono w poniższej tabeli.

Nr puszki	Wyniki równoległych oznaczeń		Rozstęp wyników	Nr puszki	Wyniki równoległych oznaczeń		Rozstęp wyników
1	11,33	11,21	0,12	**18**	13,45	13,67	0,22
2	10,21	10,22	0,01	**19**	13,56	13,64	0,08
3	14,52	14,71	0,19	**20**	17,22	17,45	0,23
4	11,09	11,18	0,09	**21**	12,67	12,74	0,07
5	14,12	14,25	0,13	**22**	11,09	10,86	0,23
6	16,72	16,56	0,16	**23**	10,67	10,73	0,06
7	13,45	13,55	0,10	**24**	16,43	16,44	0,01
8	13,89	14,01	0,12	**25**	11,89	11,68	0,21
9	11,98	12,14	0,16	**26**	12,56	12,67	0,11
10	12,13	12,21	0,08	**27**	14,98	15,11	0,13
11	13,18	13,34	0,16	**28**	13,90	13,74	0,16
12	16,12	16,23	0,11	**29**	12,98	13,17	0,19
13	11,09	10,98	0,11	**30**	11,47	11,57	0,10
14	10,67	10,89	0,22	**31**	11,72	11,80	0,08
15	16,17	16,34	0,17	**32**	10,59	10,76	0,17
16	12,98	12,77	0,21	**33**	13,37	13,45	0,08
17	11,04	11,21	0,17	**34**	14,24	14,32	0,08

- obliczono wartość średniego rozstępu metody:

$$R_{śr} = 4{,}52/34 = 0{,}133$$

- z tabeli wartości współczynników z_α odczytano:

Wartości współczynników z_α

n \ α	**0,10**	**0,05**	**0,01**
2	2,06	2,46	3,23
3	1,71	1,96	2,43
4	1,57	1,76	2,14
5	1,50	1,66	1,98

$z_\alpha(\alpha = 0{,}05;\ n = 2) = 2{,}46$

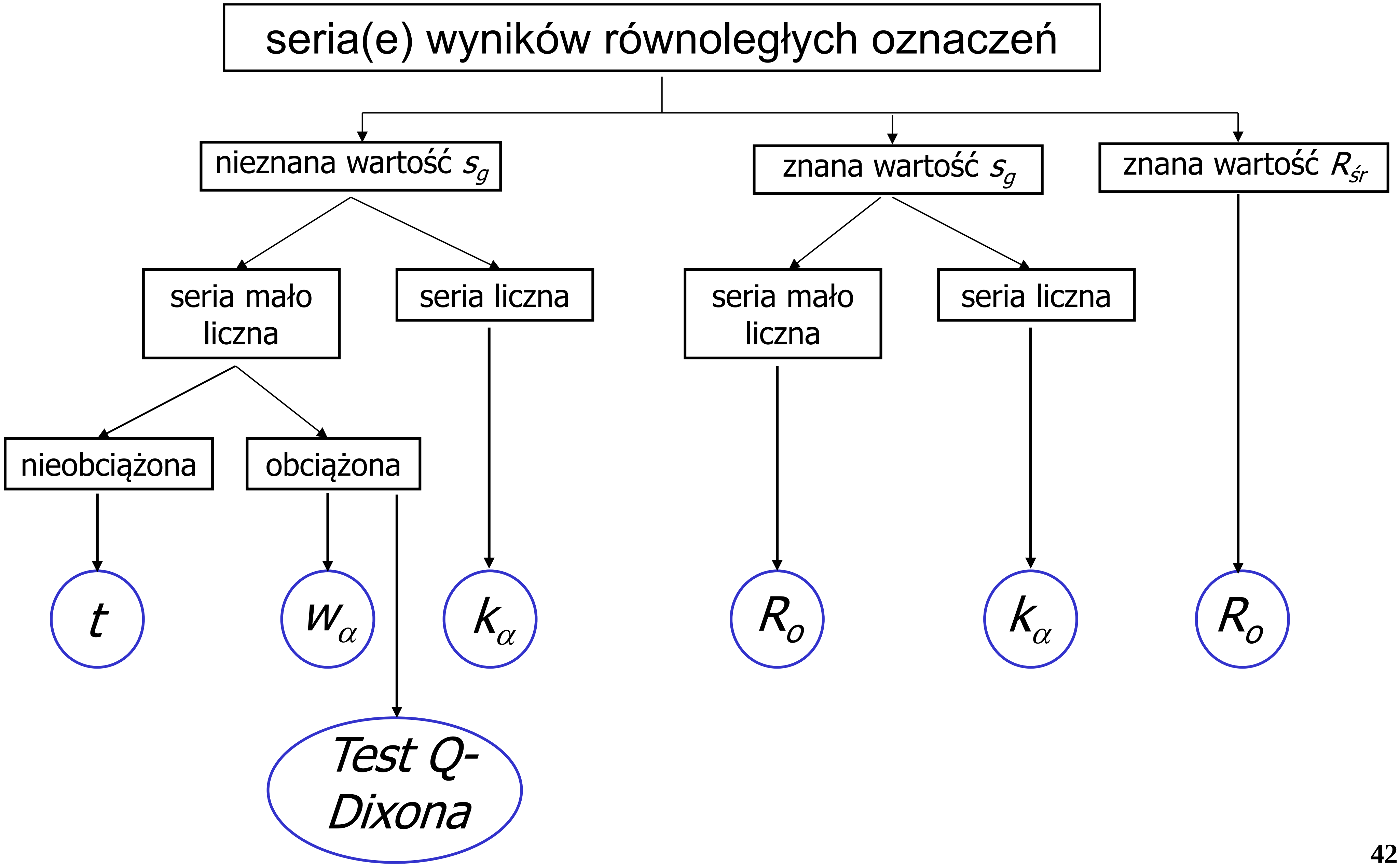
obliczono wartość

$$R_{kr} = z_\alpha \cdot R_{śr}$$

$$R_{kr} = 2{,}46 \cdot 0{,}133 = 0{,}33$$

Ponieważ dla każdej z serii pomiarów $R_i < R_{kr}$, należy stwierdzić, że żaden z wyników nie jest obarczony błędem grubym.

Kryteria wyboru testu do odrzucania wyników obarczonych błędem grubym – (*symbole takie jak przy omawianiu testów*)



Dziękuję za uwagę